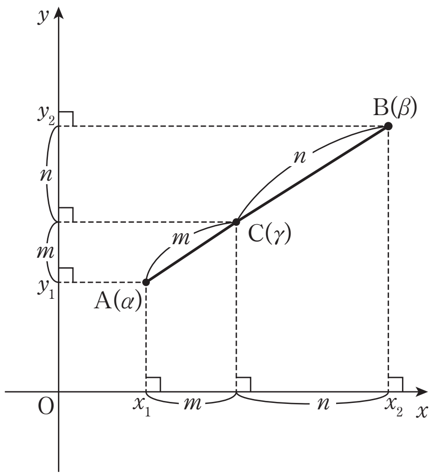
# 第 8 講　複素数と平面図形
# PART1 内分点・外分点

## 要点整理と公式

### 要点① 線分の内分点・外分点




複素数平面上の 2 点 A($\alpha$)，B($\beta$) について，線分 AB を $m$：$n$ に内分する点を C($\gamma$) とする。

$\alpha = x_1 + y_1 i$，$\beta = x_2 + y_2 i$ とすると，点 $\gamma$ の実部は $\dfrac{x_1 + \quad x_2}{m+n}$，虚部は $\dfrac{y_1 + \quad y_2}{m+n}$ である。

よって

$$\gamma = \frac{nx_1 + mx_2}{m+n} + \frac{ny_1 + my_2}{m+n} i$$

$$= \frac{n(x_1 + y_1 i) + m(x_2 + y_2 i)}{m+n}$$

$$= \frac{n\alpha + m\beta}{m+n}$$

が成り立つ。外分する点についても同様に考えることができる。

**内分点・外分点**

2 点 A($\alpha$)，B($\beta$) に対して，線分 AB を $m$：$n$ に

内分する点は $\dfrac{n\alpha + m\beta}{m+n}$　　外分する点は $\dfrac{-n\alpha + m\beta}{m-n}$

(ex) A($1+3i$)，B($5-2i$) とするとき，線分 AB を

1：2 に内分する点は $\dfrac{(1+3i) + \quad (5-2i)}{\quad + \quad} = \dfrac{7+4i}{3} =$

3：2 に外分する点は $\dfrac{(1+3i) + \quad (5-2i)}{\quad} = 13-12i$

**[MEMO]**

**1** A$(3-2i)$，B$(4+5i)$，C$(-1+i)$ とする。次の点を表す複素数を求めよ。

(1) 線分 AB を $2:3$ に内分する点

(2) 線分 AC を $3:1$ に外分する点

(3) 線分 BC の中点

(4) △ABC の重心 G

## Point Pickup

**内分点・外分点**

2 点 A$(\alpha)$，B$(\beta)$ について，線分 AB を $m:n$ に

内分する点は $\dfrac{n\alpha+m\beta}{m+n}$ とくに，線分 AB の中点は $\dfrac{\alpha+\beta}{2}$

外分する点は $\dfrac{-n\alpha+m\beta}{m-n}$

# 第 8 講 PART1 確認問題

A$(1+5i)$，B$(7+2i)$，C$(-5-i)$ とする。

次の点を表す複素数を求めよ。

**1** 線分 AB を 2：1 に内分する点

$\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\,i$

**2** 線分 AC を 1：3 に外分する点

$\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エ}}\,i$

**3** 線分 BC の中点

$\boxed{\text{オ}}+\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\,i$

**4** △ABC の重心

$\boxed{\text{ク}}+\boxed{\text{ケ}}\,i$

# 第 8 講　複素数と平面図形

## PART1 内分点・外分点

**1** A$(3-2i)$, B$(4+5i)$, C$(-1+i)$ とする。次の点を表す複素数を求めよ。

(1) 線分 AB を 2：3 に内分する点

(2) 線分 AC を 3：1 に外分する点

(3) 線分 BC の中点

(4) △ABC の重心 G

**[解答]**

(1) $\dfrac{3(3-2i)+2(4+5i)}{2+3}=\dfrac{17+4i}{5}=\dfrac{17}{5}+\dfrac{4}{5}i$

(2) $\dfrac{-(3-2i)+3(-1+i)}{3-1}=\dfrac{-6+5i}{2}=-3+\dfrac{5}{2}i$

(3) $\dfrac{(4+5i)+(-1+i)}{2}=\dfrac{3+6i}{2}=\dfrac{3}{2}+3i$

(4) $\dfrac{(3-2i)+(4+5i)+(-1+i)}{3}=\dfrac{6+4i}{3}=2+\dfrac{4}{3}i$

# 第 8 講　PART1 確認問題 解答

## 1

**[正解]** ア：5，イ：3

**[解説]**

線分 AB を 2：1 に内分する点を表す複素数は，

$$\frac{1\cdot(1+5i)+2\cdot(7+2i)}{2+1}=\frac{15+9i}{3} \quad \text{[A]}$$

$$=\mathbf{5+3}\boldsymbol{i}$$

[A]　2 点 A($\alpha$)，B($\beta$) について，線分 AB を $m$：$n$ に内分する点は，
$$\frac{n\alpha+m\beta}{m+n}$$

## 2

**[正解]** ウ：4，エ：8

**[解説]**

線分 AC を 1：3 に外分する点を表す複素数は，

$$\frac{-3\cdot(1+5i)+1\cdot(-5-i)}{1-3}=\frac{-8-16i}{-2} \quad \text{[B]}$$

$$=\mathbf{4+8}\boldsymbol{i}$$

[B]　2 点 A($\alpha$)，B($\beta$) について，線分 AB を $m$：$n$ に外分する点は，
$$\frac{-n\alpha+m\beta}{m-n}$$

## 3

**[正解]** オ：1，カ：1，キ：2

**[解説]**

線分 BC の中点を表す複素数は，

$$\frac{(7+2i)+(-5-i)}{2}=\frac{2+i}{2} \quad \text{[C]}$$

$$=\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{i}$$

[C]　2 点 A($\alpha$)，B($\beta$) について，線分 AB の中点は，$\dfrac{\alpha+\beta}{2}$

## 4

**[正解]** ク：1，ケ：2

**[解説]**

△ABC の重心を表す複素数は，

$$\frac{(1+5i)+(7+2i)+(-5-i)}{3} \quad \text{[D]}$$

$$=\frac{3+6i}{3}$$

$$=\mathbf{1+2}\boldsymbol{i}$$

[D]　3 点 A($\alpha$)，B($\beta$)，C($\gamma$) について，△ABC の重心は，
$$\frac{\alpha+\beta+\gamma}{3}$$